REVUE CONGOLAISE D'ECONOMIE
CONGO ECONOMIC REVIEW
Nouvelles Recherches Economiques pour des Nouveaux Defis

Decembre 2010 Houfi – Montasser
Volume 5, No.2 (pp. 2-29) Revue Congolaise d'Economie

Effets des points aberrants sur les tests de normalité et de linéarité

Applications à la bourse de Tokyo

Mohamed Ali Houfi* Ghassen El Montasser** [c]

Decembre 2010

Résumé

Dans ce papier, nous avons étudié l'impact de la correction des points aberrants sur les tests de normalité et de linéarité. A cet égard, la double correction en niveau et en rendement des séries journalières des cours des titres composants l'indice de Nikkei 225 a généré des améliorations plus pertinentes de ces tests. En tenant compte de la non linéarité des séries corrigées selon les trois approches (correction en niveau, correction en rendement et double correction en niveau et en rendement), la spécification FIGARCH du processus de volatilité engendre des meilleurs effets sur les tests de normalité et de linéarité ainsi qu'elle améliore la qualité de prévision des séries considérées.

Mots clés : outliers, coefficients de normalité, volatilité, non linéarité, FIGARCH, out of sample.

*Assistant aculté des sciences juridiques, économiques et de gestion de Jendouba, Tunisie.
Adresse e-mail : **houfi.mohamed-ali@laposte.net**
: **dldlihhm@mail.rnu.tn**

** [c] correspondance avec Ghassen El Montasser,assistant à l'école supérieure de commerce de Tunis, Tunisie.
Adresse e-mail : ghassen.el-montasser@laposte.net

1. Introduction

La présence des points aberrants peut rendre l'analyse économétrique des données non rigoureuse et mal établie. Ces points atypiques ont des différentes causes telles que les erreurs de mesures et la variabilité attachée aux données elles mêmes. L'analyse statistique de ces valeurs aberrantes est ancienne et commence à gagner du terrain au cours de ces dernières décennies vu les développements enregistrés au niveau de l'ajustement saisonnier. Sans contredit, si l'on est face à des données à fréquence non annuelle, on peut s'attendre à une présence plus marquée de ces anomalies. C'est pour cela, les logiciels les plus réputés de l'ajustement saisonnier tels que TRAMO-SEATS, X-12-ARIMA, à travers leurs pré-programmes commencent par un pré-ajustement des séries économiques des points aberrants et des jours calendaires en s'inspirant surtout de la méthode de TSAY (1988) et Chen et Liu (1993) . En plus l'analyse de la non linéarité commence à devenir aujourd'hui, très populaire. Cette analyse est très sensible à la présence des observations aberrantes, en fait, ces dernières incitent au rejet de l'hypothèse nulle de la linéarité et de la normalité des séries temporelles financières d'une manière, parfois, supérieure à ce qu'on prévoit. Cependant, est-ce que ce rejet est dû toujours à ces observations aberrantes ou bien à la non linéarité des données ? Cette question sera très intéressante dans le cas où le rejet de la linéarité persisterait en tenant compte des séries corrigées de ces anomalies. Dans ce cas la décision est assez subjective et réservée à l'analyste: s'il y a un nombre petit des points aberrants, on peut déclarer que la non linéarité est attachée à ces points-là; Cependant, si les séries exhibent un nombre assez important de ces observations atypiques, on peut dire que la non linéarité s'attache à ces séries elles-mêmes.

Ainsi, il est utile de tenir compte des observations atypiques dans l'analyse de séries temporelles. Balke et Fomby (1994) et Tolvi (2001) ont appliqué les procédures de détection de Tsay (1988) et Chen et Liu (1993) sur des séries macro-économiques traitées en différence première ou en différence logarithmique pour les rendre stationnaires.

Cependant, Charles et Darné (2003) ont conseillé de suivre une double correction des séries en niveau et en rendements des observations atypiques. A ce propos, nous allons considérer trois approches de correction de ces points aberrants à savoir la correction en niveau et/ou en rendement afin de revoir les résultats de ces deux auteurs. De plus, dans ce papier, nous allons étendre l'analyse de la non linéarité de type ARCH des séries étudiées par l'introduction des modèles GARCH intégrés fractionnaires ou FIGARCH afin de tenir compte des dépendances de long terme dans le processus de la volatilité.

Le plan de ce papier est comme suit : dans la deuxième section, nous allons définir les différents types des points aberrants et exposer la méthode de correction de ces points (Chen et Liu (1993)) qui est celle de TRAMO. La section suivante sera consacrée pour les différentes applications. Dans un premier temps, nous allons décrire les données utilisées dans ce papier. Ensuite, après avoir détecté les points aberrants dans les différentes séries utilisées selon les trois approches considérées, nous passerons à l'étude de leur impact sur les tests de normalité et de linéarité. Enfin, nous allons faire intervenir les différentes spécifications de type ARCH, à savoir GARCH et FIGARCH, pour les séries corrigées selon les différentes approches et étudier leurs améliorations probables sur les coefficients de normalité ainsi que leur apport en matière de prévision. Nos conclusions seront présentées dans la dernière section.

2. Point aberrants : types et méthodologie de correction

Dans le cadre d'un modèle de fonction de transfert, les dates correspondantes aux différentes interventions sont connues. Dans le cas où ces dates ne sont pas connues, ceci va engendrer des observations aberrantes. Pour classer ces observations nous allons nous référer au classement de points aberrants de Tsay (1988), soit :

$$y_t = z_t + \sum_I \omega_i \eta_i (B) I[t = \tau] \qquad \textbf{(1)}$$

où B est l'opérateur retard, $\eta_i(B)$ est le polynôme caractéristique de la réalisation des points aberrants à $t=\tau$ d'impacte ω_i, $I[t=\tau]$ est une variable indicatrice prenant la valeur de 1 si $t=\tau$ et 0 sinon. La variable z_t est de dynamique suivante :

$$\alpha(B)\, z_t = \pi_a(B)\, a_t \qquad \textbf{(2)}$$

où α (B) est un polynôme de retard d'ordre d et a_t est une variable gaussienne d'espérance nulle et de variance σ^2_a et π_a (B) est la forme moyenne mobile d'un processus ARMA (p, q).

Les différents points aberrants qu'on peut rencontrer ayant l'écriture (1) : les points aberrants additifs (AO) qui affectent seulement une observation singulière à un point donné de la série temporelle et qui n'ont aucun impact sur ses valeurs futures, ce type peut être modélisé en considérant $\eta_i(B)=1$; les points aberrants innovatifs (IO) ayant la même dynamique que l'innovation c'est à dire on va avoir $\eta_i(B)=\pi_a(B)$; les level shifts (LS). Ce type change d'une manière permanente et persistante la moyenne de la série, c'est à dire, on a dans ce cas $\eta_i(B)=\frac{1}{1-B}$; et les changements temporelles « Temporary Changes TC» qui permettent une brusque augmentation ou baisse du niveau de la série qui revient à son niveau précédent d'une manière rapide et exponentielle et la vitesse de décadence dépend de $\eta_i(B)=\frac{1}{1-\rho B}$; où $0 \prec \rho \prec 1$.

On peut ajouter un autre type de points aberrants c'est ce qu'on appelle les changements de variance « Variance change » qui ne sont pas considérés toujours comme des points aberrants. Un point VC n'affecte pas la moyenne de la série mais plutôt sa variance qui passe à la date de l'occurrence de ce point de σ^2_a à $(1+\omega_v)^2\sigma_a^2$.

La cause de la réalisation d'un point AO est inhérente à l'environnement économique qui génère la série temporelle.

Un point additif ne peut pas être prédit en utilisant un ensemble d'information historique Ω_{t-1}, à titre d'illustration, supposons que dans (2) α (B) = 1 et $\pi_a(B) = \frac{1}{1-\phi_1 B}$ on obtient alors avec l'occurrence d'un point innovatif à la date $t = \tau$

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + [a_t + \omega I[t = \tau]] \qquad \textbf{(3)}$$

(3) montre que pour la plupart des observations, la valeur prédite de y_t est $ø_1\ y_{t-1.}$

Dans le cas où l'on néglige l'IO, la prévision optimale d'une période de y_τ est $\hat{y}_{\tau/\tau-1}$, et l'erreur de prévision associée est $e_{\tau/\tau-1} = a_\tau + \omega$. Cette erreur de prévision n'a pas une espérance nulle et le prédicteur de y_τ est biaisé. Cependant, au contraire d'un modèle AO, le prédicteur de l'observation suivante $y_{\tau+1}$ n'a pas de biais.

En général les AO et IO sont en liaison des chocs exogènes et endogènes de la série, les LS et TC traduisent la présence des changements structurels, les premiers reflètent des chocs permanents et les derniers reflètent des chocs éphémères.

La méthode de Tsay (1988) est une méthode très utilisée pour la détection des points aberrants. Cette méthode a été utilisée par Balke et Fomby (1994) avec des petites modifications. Cependant nous allons exposer la méthode de Chen et Liu (1993) puisque le logiciel TRAMO avec lequel on a fait la correction préliminaire des séries des points aberrants fait recours à cette méthode avec des légères différences.

Après l'identification d'un modèle ARIMA (p,d,q) à la série non observée z_t, les résidus peuvent s'écrire :

$$a_t^* = k(B) y_t \qquad \textbf{(4)}$$

$$\text{avec } k(B) = \frac{\alpha(B)}{\pi_a(B)} = 1 - k_1 B - k_2 B^2 ....$$

Bien sûr l'inversibilité de polynôme π_a (B) est réalisée si les paramètres de MA(q) sont soumis à la condition d'inversibilité.

En tenant compte de la présence de points aberrants dans (4), on obtient :

$$AO : a_t^* = a_t + \omega_1 k(B) I[t = \tau]$$

$$IO : a_t^* = a_t + \omega_2 I[t = \tau]$$

$$LS : a_t^* = a_t + \omega_3 \frac{k(B)}{1-B} I[t = \tau]$$

$$TC : a_t^* = a_t + \omega_4 \frac{k(B)}{1-\rho B} I[t = \tau]$$

Ces expressions peuvent être vues comme un modèle de régression de a_t^*,

$$a_t^* = \omega_i \xi_{i,t} + a_t \qquad i = 1,...4 \qquad \textbf{(5)}$$

où :

$\xi_{i,t}$ Types de points aberrants	$t \prec \tau$	$t = \tau$	$t \succ \tau$ $h \geq 1$
AO	0	1	$-k_h$
IO	0	1	0
LS	0	1	$1 - \sum_{j=1}^{h} k_j$
TC	0	1	$\rho^h - \sum_{j=1}^{h-1} \rho^{h-j} k_j - k_h$

Ce tableau résume la valeur de $\xi_{i,t}$ à chaque point de la série temporelle pour chaque type de points aberrants.

Par suite, on peut estimer l'impact de différents types de points aberrants ω_i à $t=\tau$:

$$\hat{\omega}_{i,\tau} = \sum_{t=\tau}^{T} a_t^* \xi_{i,t} \Big/ \sum_{t=\tau}^{T} \xi_{i,t}^2 \qquad \textbf{(6)}$$

Pour voir la significativité de l'impact de points aberrants, il faut standardiser les différents $\hat{\omega}_i$. Pour ce faire, il faut estimer σ_a. Cette estimation se fait en suivant les suggestions de Chang et al (1988) qui utilisent trois méthodes autres que les moindres carrés et le maximum de vraisemblance. (Pour plus de détails, voir Charles et Darné (2003)).

Après cette standardisation, si la statistique de student de ω_i est plus grande que la valeur critique alors un point aberrant est significativement présent.

Dans TRAMO, la valeur critique est déterminée par le nombre d'observations de la série et par des simulations.

3. Applications empiriques

Les données financières sont souvent affectées par des chocs occasionnés par des crises financières, des fusions d'entreprises, des rachats, etc. Ces chocs peuvent être détectés par le biais des outliers. Ces points atypiques perturbent les caractéristiques de normalités des séries, notamment le skewness, le kurtosis et le Jarque-Bera. De plus la présence de ces points aberrants dans les séries temporelles peut affecter leur linéarité. Il s'avère donc important, lorsque l'on étudie le comportement des séries financières ou économiques, d'identifier et de corriger ces outliers. En effet, sans un pré-traitement des données, les résultats peuvent être erronés.

Avant de présenter les résultats issus de notre étude empirique, il convient de faire quelques précisions sur les séries utilisées.

3.1. Les séries utilisées

L'ensemble des données a été obtenu auprès du Tokyo Stock Exchange au Japon, qui fournit quotidiennement trois prix par produit coté : le cours le plus haut, le cours le plus bas et le cours de clôture (moyenne pondérée des dernières opérations réalisées). Le cours de clôture sera utilisé uniquement pour les besoins de l'étude, car il correspond par définition à la meilleure évaluation du titre.

L'échantillon est composé de 17 valeurs de l'indice Nikkei 225, comprenant les valeurs les plus actives. Cet échantillon a été choisi, car à priori il répond favorablement à notre problématique. De plus, l'étude de séries chronologiques exige la prise en compte d'un très grand nombre d'observations pour chaque variable considérée : il est donc matériellement difficile de traiter un nombre important de titres.

La fréquence des données est quotidienne. Les cours journaliers ont été relevés du 04 janvier 2000 au 28 décembre 2001, soit 494 observations journalières par valeur. Les rendements ont été calculés quotidiennement en ne considérant que les dates où le marché était ouvert. Il nous a semblé opportun de retenir une fréquence journalière pour limiter une perte d'information en matière de variation de cours. En effet, un intervalle de temps court, la journée, permet d'observer en profondeur toutes les variations de cours et permet de faire une analyse plus précise. L'inconvénient majeur de l'utilisation d'un tel intervalle du temps réduit réside dans le choix de la taille de l'échantillon qui oblige à réduire, pour des raisons de capacité de traitement, la période de référence.

Notre démarche suivie est celle de Charles et Darné (2003), en effet, nous utilisons trois approches pour détecter les outliers dans les séries étudiées : En fait, nous avons appliqué la procédure d'identification des points aberrants aux séries en niveau, puis aux rendements, en fin aux rendements des séries corrigées en niveau.

3.2. Approches de détection des points aberrants

L'examen du tableau1 montre que le nombre de points aberrants détectés dans les séries en niveau (l) est assez proche à celui détecté dans les séries de rendements. En fait, on a détecté 73 outliers en utilisant la première approche (détection en niveau) et 64 outliers en adoptant la deuxième approche (détection en rendement). Cependant, en faisant recours à la troisième approche (correction en niveau et détection en rendement) on a détecté 12 points aberrants supplémentaires dont 4 sont captés aussi en rendement. On a remarqué que les points aberrants détectés comme des points LS dans la première approche ont été transformés en des points aberrants additifs ou innovatifs conformément aux constats empiriques de Balke et Fomby (1991) et Charles et Darné (2003). C'est pourquoi, il est utile de procéder à une troisième approche à savoir la correction en niveau et en rendement.

Le tableau 1 résume les dates communes des points aberrants pour au moins deux approches tout en insistant sur les dates des outliers correspondant à la troisième approche.

Table1 : Détection des points aberrants

Séries	adjust	date	t-stat	type
TOKYO ELECTRON LTD	r/l	07/01/2000 17/04/2000	4.05 4.60	AO/LS TC/AO
SECOM CO LTD	r/l	04/01/2000 10/03/2000 18/04/2000 10/08/2000 18/09/2001	3.97 4.22 4.09 3.82 5.25	AO/AO AO/TC AO/LS AO/LS AO/LS
TDK CORPORATION	r(lr)	27/10/2000	-3.81	IO
FANUC LTD	r/l	07/01/2000 20/04/2000 16/03/2001	5.71 5.10 3.88	AO/AO AO/AO AO/LS
HONDAMOTOR CO LTD	r/l	12/05/2000 14/09/2001	-4.22 -4.02	AO/LS AO/LS
TAKEDA CHEMICAL INDUSTRIES	Lr	06/01/2000	4.44	AO
ITO-YOKADO CO LTD	r/l lr	19/03/2001 17/04/2000 03/10/2001 17/03/2000 27/03/2000 04/02/2000	4.95 4.49 -3.25 3.58 3.19 3.46	AO/AO TC/LS AO AO TC TC
MATSUSHITA COMMUNICATION IND	r(lr) lr	17/04/2000 08/02/2001	-3.64 -3.87	TC TC
SHIN-ETSU CHEMICAL CO LTD	r/l	14/04/2000 19/03/2001 14/09/2001	-3.69 3.35 -3.43	AO/LS AO/LS AO/AO
CANON INC	r/l	19/04/2000	4.25	AO/LS
FUJI PHOTO FILM CO LTD	r(lr) r/l	11/09/2001 11/10/2001 16/03/2000	-3.18 3.33 3.46	TC AO AO/LS
SEVEN - ELEVEN JAPAN	r/l	20/04/2000	3.93	AO/TC
KYOCERA CORPORATION	r/l	04/01/2000 17/04/2000 07/01/2000	-4.91 4.40 4.00	TC/TC TC/AO AO/AO
SONY CORPORATION	lr r/l	11/10/2001 27/03/2000 07/01/2000 26/07/2001 04/01/2000	3.81 -25.48 4.24 -4.13 5.11	AO AO/LS AO/LS AO/LS TC/TC
NTT DATA CORPORATION	r/l	14/04/2000 22/05/2000 24/05/2000	-4.72 -5.67 4.24	AO/LS TC/LS TC/TC
TOYOTA MOTOR CORPORATION	r(rl) r/l	11/09/2001 15/01/2001 05/01/2000 17/05/2000 21/09/2001 10/01/2001 14/04/2000 02/10/2001 18/01/2000 19/01/2000	-4.58 6.67 -6.10 4.70 6.05 -4.18 -3.92 -3.71 -3.38 3.34	TC AO/LS AO/LS AO/TC AO/AO AO/TC AO/AO AO/AO AO/AO AO/AO
YAMANOUCHI PHARMACEUTICAL	r/l	24/04/2001 26/04/2001 21/04/2000 19/05/2000 19/03/2001	-6.43 3.87 4.71 -3.68 3.06	TC/LS TC/LS AO/AO AO/AO AO/AO

l: détectée en niveau, r: détectée en rendement, lr: corrigée en niveau et détectée en rendement.

Cependant, on peut se demander si la correction des points aberrants détectés selon les trois approches a un effet positif sur les tests de normalité des résidus.

3.3. Points aberrants et tests de normalité

Le tableau 2 résume les principales caractéristiques de la distribution des différentes séries étudiées, à savoir le skewness, le kurtosis et le Jarque-Bera. Tout d'abord nous remarquons que toutes les séries corrigées des points aberrants selon les trois approches (correction en niveau, correction en rendement et double correction en niveau et en rendement) ont leur kurtosis et Jarque-Bera qui diminuent fortement par rapport aux séries non corrigées. Notons aussi que des valeurs de Jarque-Bera deviennent non significatives après correction des valeurs atypiques. Dans ce cas, la non normalité présente dans ces séries est certainement liée à la présence d'outliers. Ce résultat est en accord avec ceux obtenus par Balke et Fomby 1994, Van Dijk et al. (1999a), Franses et Ghijsels (1999), Tolvi (2001) et Charles et Darné (2006) entre autres.

L'estimation des modèles ARMA linéaires choisis automatiquement par TRAMO nous fournit les statistiques descriptives des résidus présentées dans le tableau 2. Cette analyse a été menée sur les séries d'origines ainsi que celles corrigées des outliers selon les 3 approches. L'examen de ce tableau fait ressortir que le coefficient d'asymétrie moyen (skewness) tend vers 0 valeur de référence d'une distribution normale et ce lorsque on corrige les séries des outliers et surtout selon la troisième approche (lr). Ceci est une preuve de l'effet de la présence des points aberrants sur la normalité des séries. La queue de la distribution devient de plus en plus faible à chaque correction.

De plus nous remarquons que toutes les séries non corrigées ont un excès de kurtosis et des valeurs de Jarque-Bera statistiquement significatives. Ceci confirme le rejet de l'hypothèse de normalité au niveau de ces séries brutes. Alors que pour les séries corrigées nous remarquons que le coefficient d'aplatissement moyen (kurtosis) décroît et devient de plus en plus proche de 3, de même pour le J-B ou on a enregistré des valeurs statistiquement non significatives pour la majorité des séries et ce après correction.

On a remarqué que certaines séries restantes ne correspondant pas à ce constat présentent un aspect saisonnier détecté par TRAMO par un modèle multiplicatif. Pour des séries journalières, la saisonnalité et les points aberrants innovatifs ont une dynamique similaire. En fait, les points innovatifs peuvent être interprétés comme une saisonnalité spécieuse, c'est pourquoi, il n'est pas surprenant que la série 4 présentant un point innovatif en rendements de la série brute et de celle corrigée en niveau ne répond pas à la majorité des tests de normalité. Par conséquent, nous concluons que la normalité de la plupart des séries étudiées est causée par la présence des outliers.

Au niveau des 3 approches nous remarquons que l'excès de kurtosis disparaît surtout en adoptant la double correction en niveau et en rendement ce qui indique que cette approche est meilleure pour un pré-traitement des données.

3.4. Points aberrants et non linéarité en présence d'effet ARCH : courte et longue mémoire

Après avoir étudié la sensibilité des coefficients de la normalité à la présence des points aberrants dans les séries étudiées, ainsi que d'examiner les résultats selon les trois approches et de choisir la correction qui s'avère la plus adéquate, nous passons à l'étude de l'effet éventuel de la présence des observations atypiques sur le test de l'hétéroscédasticité conditionnelle. Pour ce faire nous avons appliqué le test LM sur les résidus générés des modélisations ARMA adoptés dans la section précédente. Notons qu'après correction des outliers le test LM diminue et devient parfois non significatif. La présence de l'effet ARCH au niveau des séries corrigées selon les 3 approches est donc le signe de la présence de non linéarité dans les processus d'évolution des séries dont la cause ultime est le fait que la variabilité instantanée de la série (ou volatilité) dépend de façon importante du passé. Notons aussi que cette (éventuelle) non linéarité peut en effet témoigner l'existence d'une longue mémoire modélisable.

Ce tableau montre donc que la non normalité est causée essentiellement par la présence des points aberrants alors que la non linéarité persiste dans la plupart des séries même en adoptant la correction des outliers selon les 3 approches.

Tableaue2 : **statistiques descriptives de modèles ARMA**

Séries	Type	Skew	Kur	J-B	LM(10)
TOKYO ELECTRON LTD	o	0.61	5.82	195.38	82.54
	r^c	0.27	3.05	6.11	19.51
	l^c	0.41	5.79	173.38	79
	lr^c	0.35	3.27	12.17	21.55
SECOM CO LTD	o	0.19	6.03	192.21	19.58
	r^c	0.38	5.14	106.32	15.48
	l^c	0.34	6.36	241.72	48.64
	lr^c	0.16	4	22.98	19.11
TDK CORPORATION	o	0.4	6.26	232.32	45.36
	r^c	0.37	4.24	43.35	16.13
	l^c	0.4	6.26	232.32	45.36
	lr^c	0.46	4.06	41.28	20.71
FANUC LTD	o	0.47	11.13	13.76	112.46
	r^c	-0.005	3.46	4.4	12.82
	l^c	-0.4	4.81	81.23	20.81
	lr^c	-0.007	3.61	8.21	13.20
HONDAMOTOR CO LTD	o	0.4	2.19	26.86	307.08
	r^c	0.017	3.87	15.77	23.15
	l^c	-0.005	2.08	17.26	284.73
	lr^c	-0.032	3.76	12.16	25.88
TAKEDA CHEMICAL INDUSTRIES	o	0.34	5.21	111.03	30.61
	r^c	0.34	5.18	107.78	33.12
	l^c	0.007	3.69	9.97	4.42
	lr^c	-0.02	3.36	2.80	6.4
ITO-YOKADO CO LTD	o	0.25	5.87	164.66	53.86
	r^c	-0.09	3.54	6.83	47.25
	l^c	-0.21	5.35	117.48	126
	lr^c	-0.2	3.32	5.73	20.51
MATSUSHITA COMMUNICATION IND	o	0.25	7.61	442.98	82.56
	r^c	-0.02	3.53	5.91	15.18
	l^c	0.17	7.51	420.86	70.36
	lr^c	0.13	3.56	7.94	22.86
SHIN-ETSU CHEMICAL CO LTD	o	-0.12	3.78	13.9	19.4
	r^c	0.04	2.92	0.27	12.50
	l^c	-0.06	3.06	0.46	10.74
	lr^c	0.002	3.03	0.22	10.02
CANON INC	o	0.11	3.84	15.98	25.79
	r^c	-0.01	3.77	12.48	19.8
	l^c	-0.04	3.04	0.22	11.41
	lr^c	-0.12	3.58	8.37	25.69
FUJI PHOTO FILM CO LTD	o	-0.031	3.62	8.02	34.21
	r^c	-0.04	3.48	495	21.10
	l^c	0.02	2.98	0.07	42.99
	lr^c	0.12	3.02	1.27	32.94
SEVEN - ELEVEN JAPAN	o	0.62	9.38	867.88	99.93
	r^c	0.25	3.78	17 .7	44.46
	l^c	0.26	7.38	400.6	97.77
	lr^c	0.25	3.37	16.96	23.37
KYOCERA CORPORATION	o	-0.005	5.68	148.47	36.55
	r^c	0.13	3.26	2.89	10.64
	l^c	0.06	3.72	11.03	9.71
	lr^c	0.12	3.24	2.52	8.36
SONY CORPORATION	o	-13.03	242.7	1191867	0.24
	r^c	0.11	3.68	10.79	15.2
	l^c	-0.03	4.57	50.71	58.96
	lr^c	0.01	3.44	4.02	17.13
NTT DATA CORPORATION	o	-0.96	10.24	1155.5	87.22
	r^c	0.4	3.86	28.32	15.64

	l^c lr^c	-0.14 0.37	6.25 3.87	219.44 27.09	16.6 14.75
TOYOTA MOTOR CORPORATION	o r^c l^c lr^c	0.12 0.26 0.2 0.09	6.84 3.71 4.88 4.48	304.37 16.44 75.89 46.37	47.01 34.69 56.65 34.99
YAMANOUCHI PHARMACEUTICAL	o r^c l^c lr^c	0.15 -0.01 0.05 0.04	5.76 3.51 4.02 3.53	159.19 5.53 21.63 6.02	49.08 21.66 34.79 17.01

o :série originale, l^c: corrigée en niveau, r^c: corrigée en rendement, lr^c: corrigée en niveau et en rendement.

La constatation de la persistance d'un effet ARCH ainsi qu'un excès de kurtosis au niveau des séries corrigées des outliers selon les 3 approches adoptées dans notre démarche nous amène à introduire une modélisation (G)ARCH afin de tenir compte de la non linéarité causée par le phénomène d'hétéroscédasticité conditionnelle. Cette approche permet aussi d'analyser l'effet de la modélisation des séries corrigées des outliers par une spécification GARCH sur les coefficients de normalité.

Nous allons donc étudier de nouveau la sensibilité des coefficients de normalité à une modélisation ARMA-GARCH appliquée aux différentes séries brutes ainsi qu'après correction des outliers. Ce type de modèle spécifie à la fois la dynamique de la moyenne ainsi que de la variance. En effet, cette spécification prend la forme suivante :

$$\Phi(B)y_t = \Theta(B)\varepsilon_t$$

$$\varepsilon_t / I_{t-1} \rightarrow N(0, h_t)$$

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{p} \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{q} \beta_j h_{t-j} \qquad \textbf{(7)}$$

avec : y_t : le processus de rendement

I_{t-1} : l'information disponible en t : $(y_{t-1}, y_{t-2}, ...)$

h_t : la variance conditionnelle de y_t

B est l'opérateur de retard

Ainsi, la variabilité de la variance conditionnelle dans le temps est justifiée par la présence des paramètres α_i et β_i qui ne sont pas nuls.

Les conditions de stabilité et de stationnarité du processus de la volatilité exigent que toutes les racines de $\left[1-\alpha(B)-\beta(B)\right]$et $\left[1-\beta(B)\right]$ soient en dehors du cercle unitaire.

La représentation $ARCH$ infinie du processus $GARCH\left(p,q\right)$ est définie comme suit:

$$\begin{aligned} h_t &= w\left[1-\beta(B)\right]^{-1} + \alpha(B)\left[1-\beta(B)\right]^{-1}\varepsilon_t^2 \\ &= w\left[1-\beta(B)\right]^{-1} + \lambda(B)\varepsilon_t^2 \end{aligned} \quad \textbf{(8)}$$

Selon Nelson et Cao (1992), les coefficients qui sont définis dans le polynôme de retard de la représentation $ARCH$ infinie $\alpha(B)\left[1-\beta(B)\right]^{-1}$ doivent être positifs.

La première condition de stationnarité mentionnée, implique que l'effet des carrés des innovations passées sur la variance conditionnelle présente décroît exponentiellement avec la grandeur de retard.

Alternativement, le processus $GARCH\left(p,q\right)$ peut aussi être exprimé comme un processus $ARMA\left(m,p\right)$ qui est fonction de $\left\{\varepsilon_t^2\right\}$:

$$\left[1-\alpha(B)-\beta(B)\right]\varepsilon_t^2 = w + \left[1-\beta(B)\right]v_t \quad \textbf{(9)}$$

Où $m=\max(p,q)$, $v_t = \varepsilon_t^2 - h_t$, et v_t un processus bruit blanc.

Il est connu que la condition de stationnarité est relative aux racines du polynôme autorégressif $1-\hat{\alpha}(x)-\hat{\beta}(x)=0$, racines qui doivent être de module strictement supérieur à un. Il est alors intéressant d'examiner le cas limite dans la mesure où il y a une racine égale à un. Dans ce cas, le processus est non stationnaire et il est dit $ARIMA$ (ou $ARMA$ intégré).

Le même type d'approche peut être examiné avec les processus $GARCH$. On aboutit ainsi au modèle $IGARCH$ (ou $GARCH$ intégré). Ce dernier peut être écrit comme suit:

$$\phi(B)(1-B)\varepsilon_t^2 = w + \left[1-\beta(B)\right]\nu_t \qquad \textbf{(10)}$$

avec : $1-\alpha(B)-\beta(B) \equiv (1-B)\phi(B)$

La notion de racine unitaire doit être prise avec prudence dans l'interprétation des notions de persistance dans les modèles non linéaires. Ainsi, Bollerslev et Engle (1993) définissent un processus qui soit intégré ou persistant dans la variance si $\lim_{j\to\infty} E_t\left[\mathrm{var}_{t+j-1}(y_{t+j})\right]$ ne converge pas vers une constante avec une probabilité égale à 1 pour tout t, et que la prévision de long terme de la variance conditionnelle reste sensible aux conditions initiales des prévisions le long de tous les horizons étudiés.

Dans notre étude nous avons adopté une modélisation ARMA pour spécifier la moyenne des séries et un processus GARCH(1,1) pour la variance, soit : $h_t = \alpha_0 + \alpha_1\varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1}$.

(11)

Les résultats de tests appliqués aux séries des résidus en adoptant une modélisation ARMA-GARCH sont présentés dans le tableau3.

Suite à la comparaison des résultats de test de normalité des résidus générés respectivement des modèles ARMA linéaires et ARMA avec erreur GARCH présentés dans les deux tableaux 2 et 3, nous remarquons que les coefficients de normalité décroissent avec la prise en compte de la variabilité instantanée des séries. De même, nous constatons qu'avec des séries corrigées des outliers et surtout selon la troisième approche les résultats sont beaucoup mieux qu'avec des séries brutes. En effet, les valeurs de J-B deviennent significativement différentes de 0 pour la majorité des séries corrigées et spécifiées par un processus ARMA-GARCH.

Nous remarquons dans le tableau 3 (en Appendice) que la somme des coefficients résumant la dynamique de la volatilité est proche de la valeur limite 1 correspondant à la non existence des moments d'ordre deux : ($\hat{\alpha}+\hat{\beta}\approx 1$). Ce qui suggère l'utilisation du modèle GARCH intégré (ou IGARCH) car selon cette condition l'effet d'un choc sur h_{t+s} (prévision de la volatilité à s étapes) ne s'élimine pas asymptotiquement dans le temps, ce qui est la propriété de persistance en variance: les prévisions des variances conditionnelles dépendent de l'information en t quel que soit l'horizon de prévision.

De plus, en se référant à la fonction d'autocorrélation des carrées des résidus, nous constatons que les séries étudiées présentent des dépendances de long terme ce qui nous amène à l'introduction des modèles de mémoire longue à savoir les processus GARCH intégrés fractionnaires ou FIGARCH, Bollerslev et al.(1996).

La classe des modèles *GARCH* intégrés fractionnaires où *FIGARCH* est simplement obtenue en remplaçant l'opérateur de retard $(1-B)$ dans l'équation (10) par l'opérateur de différenciation fractionnaire $(1-B)^d$.

Par analogie au processus *ARFIMA* $(k,d,1)$ adopté dans la modélisation de la moyenne, le processus *FIGARCH* (p,d,q) pour $\{\varepsilon_t\}$ est naturellement définit par:

$$\phi(B)(1-B)^d \varepsilon_t^2 = w + [1-\beta(B)]v_t \tag{12}$$

Où $0<d<1$ et toutes les racines de $\phi(B)$ et $[1-\beta(B)]$ sont en dehors du cercle unité.

Une représentation alternative au modèle *FIGARCH* (p,d,q) est donnée par:

$$(1-\beta(B))h_t = w + \left[1-\beta(B)-\phi(B)(1-B)^d\right]\varepsilon_t^2 \tag{14}$$

Dans ce cas, la variance conditionnelle de ε_t est simplement exprimée comme suit:

$$\begin{aligned} h_t &= w[1-\beta(B)]^{-1} + \left\{1-[1-\beta(B)]^{-1}\phi(B)(1-B)^d\right\}\varepsilon_t^2 \\ &= w[1-\beta(B)]^{-1} + \lambda(B)\varepsilon_t^2 \end{aligned} \tag{15}$$

Il est évident qu'à partir du modèle *FIGARCH* (p,d,q), on aboutit au modèle *GARCH* (p,q) lorsque $d=0$ et au modèle *IGARCH* (p,q) lorsque $d=1$.

Les valeurs de d comprises entre 0 et 1 donnent une flexibilité additionnelle à la modélisation de la variance conditionnelle tout en tenant compte des dépendances du long terme.

Cette nouvelle classe de modèles de la variance conditionnelle fournit une analogie directe à celle des modèles $ARFIMA$. Donc, l'importance du passage aux valeurs d'intégration fractionnaire consiste à modéliser les dépendances de long terme dans le processus de la volatilité.

En effet, dans la classe des modèles $ARFIMA$, le comportement de court terme des séries temporelles est capté par les paramètres de la spécification $ARMA$, alors que, les dépendances de long terme sont pratiquement modélisées à travers le paramètre de différenciation fractionnaire. Un même résultat peut être obtenu suite à une modélisation de la variance conditionnelle.

Bollerslev et al. (1996) ont montré que l'effet d'un choc sur la prévision de la variance conditionnelle future décroît à un taux exponentiel pour le modèle $GARCH$ et reste important pour les prévisions de tous les horizons dans la modélisation $IGARCH$.

En outre, avec la spécification $FIGARCH$, l'effet d'un choc sur la prévision de la volatilité s'élimine à un taux hyperbolique lent.

Par conséquent, le paramètre de différenciation fractionnaire est identifié par le taux de déclin de l'effet d'un choc sur la variance conditionnelle et non pas par l'impact ultime sur la prévision de la variance conditionnelle de long terme.

La classe des processus $FIGARCH\left(p,d,q\right)$ est strictement stationnaire pour $0 \le d \le 1$, à cet effet, Bollerslev et Engle (1993) ont défini un processus persistant dans la variance lorsque on a:

$$\lim_{k\to\infty} \sup \left| E_{t+s}(\varepsilon_{t+k}^2) - E_t(\varepsilon_{t+k}^2) \right| > 0 \qquad \text{pour s>0}$$

Le degré de persistance dans la variance conditionnelle peut être aussi évalué à partir de l'analyse de la fonction de réponse impulsionnelle. Cette fonction mesure la réponse de la variance à une innovation donnée. Donc l'analyse impulsionnelle de la variance conditionnelle peut donner une meilleure image de l'effet d'un choc sur la prévision de la volatilité.

Pour un processus $FIGARCH\ (p,d,q)$ qui peut être écrit comme suit:

$$\begin{aligned}(1-B)\varepsilon_t^2 &= (1-B)^{1-d}\phi(B)^{-1}w+(1-B)^{1-d}\phi(B)^{-1}\left[1-\beta(B)\right]\nu_t \\ &= \varsigma+\gamma(B)\nu_t\end{aligned} \quad \textbf{(16)}$$

Les réponses de la variance conditionnelle aux chocs peuvent être mesurées par les coefficients du polynôme $\gamma(L)$.

Comme il est indiqué auparavant, et dans le cas où $0 \le d < 1$, pour les deux modèles $GARCH\ (p,q)$ et $FIGARCH\ (p,d,q)$ les chocs affectant la variance conditionnelle s'atténueraient dans le futur. Cependant, il convient de noter qu'il y a une certaine différence au niveau des dissipations des chocs et ceci selon le cas où $d = 0$ ou bien $0 < d < 1$.

Dans ce contexte, il est évident que dans le processus $GARCH$, l'effet d'un choc décroît à un taux exponentiel rapide, alors que pour le modèle $FIGARCH$, il sera dominé par un taux de déclin hyperbolique lent. Par conséquent, le paramètre de différentiation fractionnaire peut fournir une information importante concernant le sentier ainsi que la vitesse avec la quelle les chocs se propagent dans le temps.

Pour $d = 1$, on a : $\gamma(B) = \phi(B)^{-1}\left[1-\beta(B)\right]$., c'est à dire que la réponse de la variance aux chocs passés converge vers une constante non nulle, par conséquent, dans le modèle $IGARCH$ les chocs persistent indéfiniment dans la prévision de la variance conditionnelle.

Pour $d > 1$, $\gamma(B)$ est indéfinie.

Pour illustrer ces idées, considérons d'abord, le modèle simple $GARCH(1,1)$:

$$h_t = w+\alpha_1\varepsilon_{t-1}^2+\beta_1 h_{t-1}$$

réécrit dans la forme $ARMA(1,1)$ comme suit:

$$(1-\phi_1 B)\varepsilon_t^2 = w+(1-\beta_1 B)\nu_t \quad \text{où } \phi_1 = \alpha_1+\beta_1$$

Les réponses aux impulsions pour ce modèle sont données par les coefficients du polynôme: $\gamma(B) = (1-B)(1-\phi_1 B)^{-1}(1-\beta_1 B)$, d'où on a:

$$\gamma_0 = 1, \quad \gamma_1 = \phi_1 - \beta_1 - 1 \; et \; \gamma_k = (\phi_1 - \beta_1)(\phi_1 - 1)\phi^{k-2} \quad \text{pour } k > 2.$$

Ceci montre que l'effet d'un choc à la prévision de la variance conditionnelle future tend vers zéro à un taux exponentiel rapide. En effet, selon Bollerslev (1986), la réponse aux impulsions cumulatives est égale à :

$\lambda_k = (\phi_1 - \beta_1)\phi_1^{k-1}$ pour k > 1 et $0 < \phi_1 < 1$.

On aboutit au modèle $IGARCH(1,1)$ lorsque $\phi_1 = 1$:

$$(1-B)\ \varepsilon_t^2 = w + (1-\beta_1 B)\ \nu_t$$

Dans ce cas, $\lambda_k = (1-\beta_1)$ pour tout retard $k > 1$, et par conséquent, les chocs persistent indéfiniment dans le temps.

Le modèle $FIGARCH(1,d,0)$ correspondant est définit comme suit:

$$(1\text{-B})^{\mathrm{d}} \varepsilon_t^2 = w + (1-\beta_1 B)\nu_t$$

Par analogie aux propriétés du modèle $ARFIMA(0,d,1)$ développé dans Hosking (1981), il est possible de montrer qu'à partir de la représentation *ARCH* infinie du modèle $FIGARCH(1,d,0)$, le polynôme:

$$\lambda(B) \equiv 1 - (1-\beta_1 B)^{-1}(1-B)^d \qquad (17)$$

donne les coefficients de la fonction de réponse aux impulsions cumulatives:

Soit: $\lambda_k = \left[1 - \beta_1 - (1-d)k^{-1}\right]\Gamma(k+d-1)\Gamma(k)^{-1}\Gamma(d)^{-1}$

pour $k > 1$ et $\lambda_0 = 1$.

Ainsi, pour $w > 1$, la condition $0 \le \beta_1 < d \le 1$ est à la fois nécessaire et suffisante pour assurer que la variance conditionnelle dans le modèle $FIGARCH(1,d,0)$ est positive pour tout t.

Contrairement aux modèles $GARCH(1,1)$ ou $IGARCH(1,1)$ où les chocs sur la variance conditionnelle disparaissent exponentiellement ou bien persistent indéfiniment, pour le modèle $FIGARCH(1,d,0)$ la réponse de la variance conditionnelle aux chocs passés décroît à un taux hyperbolique lent.

Donc l'importance de cette nouvelle spécification se justifie quand on considère et on analyse l'effet de la propagation des chocs dans le processus de la volatilité, et donc, il s'agit de distinguer entre les dépendances de court terme et de long terme.

L'examen du tableau4 (en Appendice) nous permet de distinguer l'apport de la modélisation FIGARCH de la variance conditionnelle par rapport aux modèles GARCH et ARMA avec erreurs homoscédastiques. En effet, nous remarquons que les coefficients de normalité et de linéarité sont améliorés avec l'introduction de cette nouvelle spécification, et ce en comparaison avec ceux enregistrés aux tableaux 2 et 3. De plus, nous remarquons que pour une même série corrigée selon les trois approches définies précédemment, les coefficients de normalité sont beaucoup mieux dans la troisième approche où nous avons adopté une double correction en niveau et en rendement.

Comme la question de prévision est primordiale dans toutes analyse des séries temporelles, nous allons étudier par la suite, l'apport des différentes corrections tout en tenant compte des différentes spécifications des modèles ARCH en terme de prévision.

Deux mesures apparaissent utiles dans l'utilisation des modèles de prévision pour la comparaison des modèles en matière de prévision à savoir RMSE et MAPE. Pour notre application nous avons adopté une réestimation des modèles ARMA pour la moyenne, GARCH et FIGARCH pour la variance sur une sous-période allant de 04/01/2000 au 12/09/2001 et de générer des prévisions sur la période restante.

Les deux dernières colonnes des tableaux 3 et 4 sont consacrées pour les deux critères d'évaluation des prévisions de la variance conditionnelle en utilisant respectivement GARCH et FIGARCH, et ce pour les différentes séries(séries brutes, corrigées en niveau, en rendement et double correction). Les résultats montrent que ces deux critères décroissent en passant d'une part d'une modélisation GARCH à celle FIGARCH et des séries brutes aux séries corrigées d'autre part. Nous remarquons aussi qu'une correction double des outliers(en niveau et en rendement) est préférable en terme de prévision. Cette constatation est presque généralisée pour toutes les séries.

4. Conclusion

Dans ce papier, nous avons tenu compte des différentes approches de correction de points aberrants. Nos remarques sont très similaires à celles de Charles et Darné (2003) : la double correction en niveau et en rendement améliore les tests de normalité et de linéarité. En passant à l'étude de la non linéarité des séries corrigées selon les approches considérées par l'introduction des modèles ARCH, nous avons aboutis à des améliorations pertinentes de ces tests de normalité et de linéarité. En étendant l'analyse par l'adoption d'un processus FIGARCH pour spécifier la dynamique de la volatilité des séries étudiées, nos remarques ont été consolidées mais cette spécification aboutit à des meilleurs résultats en matière de prévision.

Cependant, les séries financières à haute fréquence peuvent présenter une non linéarité au niveau de la moyenne (de type STAR par exemple). Alors, on pourrait analyser l'impact des points aberrants sur les tests de ce type de non linéarité, un thème qui commence à être étudier par plusieurs auteurs (Tolvi(2001) et Van Dijk, Franses et Lucas (1999b)).

Bibliographie

Baillie, R.T., Bollerslev, T., Mikkelsen, H.O, (1996), "Fractionally Integrated Generalised Autoregressive Conditional Heteroskedasticity, *Journal of Econometrics,* 74, 3-30.

Balke N.S. et Fomby T.B. (1991), Shifting trends, segmented trends, and infrequent permanent shocks, *Journal of Monetary Economics*, 28, 61-85.

Balke N.S. et Fomby T.B.(1994), Large shocks, small shocks, and economic fluctuations: outliers in macroeconomic time series, *Journal of Applied Econometrics*, 9, 181-200.

Bollerslev, T. (1986), Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity, *Journal of Econometrics*, 31, 307-327.

Bollerslev, T. et Engle, (1993), Common persistence in conditional variances, *Econometrica*, 61, 166-187.

Chang I., Tiao G.C. et Chen C. (1988), Estimation of time series parameters in the presence of outliers, *Technometrics*, 30, 193-204.

Charles A. et Darné O.(2006), Large shocks and the September 11th terrorist attacks on international stock markets, *Economic Modelling*, 23, 683-698.

Charles A. et Darné O.(2003), Detection and correction of the outliers in financial data: Level versus return, document de travail du LAMETA, Université de Montpellier1.

Chen C. et liu L.M. (1993), Joint estimation of model parameters and outliers effects in time series, *Journal of the American* Statistical *Association*, 88, 284-297.

Engle and Bollerslev, 1986, Modelling the Persistence of Conditional Variances, *Econometric Reviews* (incl. Comments from Diebold, Geweke, Pantula, Zin, and Hendry's "An Excursion into Conditional Varianceland").

Franses P.H. et Ghijsels H. (1999), Additive outliers, GARCH and forecasting volatility, *International Journal of Forecasting*, 15, 1-9.

Nelson and Cao, 1992, Inequality Constraints in the Univariate GARCH Model, *J of Business and Economic Statistics*.

Nelson, 1990, Stationarity and Persistence in the GARCH(1,1) Model, *Econometric Theory.*

Tolvi J. (2001), Outliers in eleven finnish macroeconomic time series, *Finnish Economic Papers*, 14, 14-32.

Tsay R.S. (1988), Outliers, level shifts, and variance changes in time series, *Journal of Forecasting*, 7, 1-20.

Van Dijk D., Franses P.H. et Lucas A. (1999a), Testing for ARCH in the presence of additive outliers, *Journal of Applied Econometrics*, 14, 539-562.

Van Dijk D., Franses P.H. et Lucas A. (1999b), Testing for smooth transition nonlinearity in the presence of outliers, *Journal of Business and Economic Statistics*, 17, 217-235.